**תורת החישוביות – הרצאה 8**

**תזכורת**

חישוב יעיל מ״ט פולינומית

המחלקות

זיהוי וחיפוש יעיל עבור יחס

הבעיה הפתוחה המרכזית (נוסח 1): האם לכל יחס חסום פולינומית זיהוי יעיל חיפוש יעיל?

***הגדרה: המחלקה***

*אם קיים יחס דו-מקומי כך ש:*

1. *חסום פולינומית*
2. *ניתן לזיהוי יעיל*

**טענה:**

הוכחה:

ולכן קיים יחס כמובטח בהגדרה. בפרט הוא חסום פולינומית ע״י פולינום *, וניתן לזיהוי יעיל ע״י מ״ט (פולינומית) שעוצרת תמיד (בזמן פולינומי).*

*נבנה*  שמכריעה את .

על קלט :

עבור כל המחרוזות המקיימות :

הרץ את על .

אם קיבלה זוג כזה, עצור וקבל. אם דחתה את כולם דחה.

נכונות:

מהגדרת בפרט #3.

**טענה:**

הוכחה:

תהי ונראה המקיים את הגדרת :

היחס הזה חסום פולינומית, ניתן לזיהוי יעיל...

**הבעיה הפתוחה המרכזית של מדעי המחשב (נוסח 2): האם ?**

**משפט:**

שני הנוסחים שקולים.

כלומר, לכל יחס חסום פולינומית, ניתן לזיהוי יעילניתן לחיפוש יעיל

הוכחה:

מספיק להוכיח

תהי קיים יחס כמובטח בהגדרה. בפרט חסום פולינומית וניתן לזיהוי יעיל לפי ההנחה ניתן לחיפוש יעיל ע״י מ״ט פולינומית .הבחנה:(#3 בהגדרת ).

נניח

יהי יחס כלשהו, חסום פולינומית (וניתן לזיהוי יעיל). נראה שבעיית החיפוש של ניתנת לפתרון יעיל (ע״י יחס עזר ).

נגדיר:.

מתקיים:

* חסום פולינומית: כי חסום פולינומית
* ניתן לזיהוי יעיל (כי ניתן לזיהוי יעיל)

נגדיר

(ע״י היחס ) ולפי ההנחה קיימת מ״ט פולינומית המזהה את .

נשתמש ב- על מנת לפתור ביעילות את בעיית החיפוש.

נתאר מ״ט על קלט :

בדוק האם הזוג בעזרת . אם לא, עצור ב-.

איטרציה לכל בדוק האם בעזרת .

אם כן, והתחל איטרציה חדשה. אם לא עבור לאות הבאה..

אם בדקנו את כולם (מצאנו רישא שלא ניתנת להרחבה),עצור ב- עם פלט .

הוכחה מקוצרת:

נכונות: אם אין פתרון נגלה את זה בצעד הראשון.

אחרת, באינדוקציה בתחילת האיטרציה ה-, הנוכחי הוא רישא באורך של פתרון.

סיבוכיות: מספר איטרציות פולינומי – כי חסום פולינומית.

בכל איטרציה מפעילים את פעמים על קלטים באורך

**מטרה: סיווג בעיות ב-**

רדוקציות:

היינו רוצים: (אבל ההוכחה לא עובדת, ובכלל זה לא נכון)

**הגדרה**

אומרים ש-היא רדוקציה פולינומית מ- ל- ומסמנים אם:

תקפות:

תכונות בסיסיות:

1. משפט הרדוקציה

הוכחה: אותה בנייה כמו במשפט הרדוקציה נכונות  
סיבוכיות:

1. חישוב בזמן פולינומי ומחשב פלט שאורכו

2. הפעלת על – סה״כ פולינומי

1. טרנזטיביות:

הוכחה: הרכבת פונק׳ הרדוקציה (נובע מתכונה דומה לרדוקציות רגילות +סגירות poly להרכבה).

**הגדרה**

שפה נקראת -שלמה אם:

1. לכל מתקיים (-קשה)

אוסף השפות הנ״ל יסומן .

**משפט**

תהי

אז

הוכחה:

לפי ההנחה

מספיק להוכיח

תהי ונראה

*לפי משפט הרדוקציה*

***דרכי הוכחה של -שלמות***

1. ישירות (עפ״י ההגדרה) – הקושי כנראה יהיה בסעיף מס׳ 2
2. דרך עקיפה

**טענה (שתעזור לנו להוכיח*-שלמות* בדרך עקיפה)**

בהינתן , אם ניתן להראות אז .

הוכחה:

1. נתון.
2. תהי .

כי . לפי התנאי. מטרנזטיביות.

**דוגמה**

**טענה**

הוכחה:

:

נגדיר יחס

חסום פולינומית כי אורך הקלט (וזו הסיבהש- מקודד באופן אונארי)

ניתן לזיהוי יעיל כי אורך הקלט

הקשר בין ל- טריוויאלי

תהי כלשהי ונראה רדוקציה פולינומית .

אין לנו הרבה מידע על חוץ מזה שהיא נמצאת ב-. בפרט קיים המקיים את ההגדרה.

נסמן: ב- את הפולינום המובטח מהיות חסום פולינומית.

ב-את המכונה המזהה את היחס בזמן פולינומי.

הרדוקציה(ות):

תקפות:

ולפי הגדרת קיים באורך כך ש- מקבלת את בזמן .